

Basis for a vector space

$$V : \mathbb{R}^n$$

$$S = \{v_1, \dots, v_m\}$$

① $\text{Span } S = V$

② S is linearly independent

} S is a basis for V

Ex: $W = \text{Span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$

$$W = \text{Col } A$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

↑ ↑

Basis for et under rum

$$V \subset \mathbb{R}^n$$

$$S = \{v_1, \dots, v_m\}$$

- ① $\text{Span } S = V$
② S er lineært uafhængig
- } S er en basis for V

Ek: $W = \text{Span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$

$$W = \text{Col } A$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

↑ ↑

$$W = \text{Span} \left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\text{Basis}} \right\}$$

Eks. V lösungen zu $V \subset \mathbb{R}^5$

$$x_1 + x_3 + 2x_5 = 0$$

$$x_2 + x_4 + x_5 = 0$$

V ein Vektorraum für

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + x_4 \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + x_5 \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$V = \text{Span} \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$