Lineær afhængighed

$S = \{u_1, \ldots, u_k\} \subset \mathbb{R}^m$

lin afh.

$$c_1 u_1 + c_2 u_2 + \cdots + c_k u_k = 0$$

har mere end én løsning

en anden end $c_1 = c_2 = \cdots = 0$

$A = [u_1 \ldots u_m]$

$$Ax = 0$$

S lin. afh

$\Updownarrow$ mere end én løsn

$\Updownarrow$ frie variable

Der findes en løsning

$[c_1\, c_2 \ldots c_k]$ $\quad c_i \neq 0$

Linear afhængighed

$S = \{u_1, \ldots, u_k\} \subset \mathbb{R}^m$

lin. afh.

$$c_1 u_1 + c_2 u_2 + \cdots + c_k u_k = 0$$

har mere end én løsning

en anden end $c_1 = c_2 = \cdots = 0$

$A = [u_1 \ldots u_m]$

$$Ax = 0$$

S lin. afh

$\Updownarrow$ mere end én løsn

$\Updownarrow$ frie variable

Der findes en løsning

$[c_1 \, c_2 \ldots c_k] \quad c_i \neq 0$

$$c_1u_1+\cdots+\underset{\neq 0}{c_i}u_i+\cdots+c_ku_k=0$$

$$c_iu_i = -c_1u_1 - c_2u_2 - \cdots - c_{i-1}u_{i-1} - c_{i+1}u_{i+1} - \cdots - c_ku_k$$

$$u_i = -\frac{c_1}{c_i}u_1 - \frac{c_2}{c_i}u_2 - \cdots - \frac{c_{i-1}}{c_i}u_{i-1} - \frac{c_{i+1}}{c_i}u_{i+1} - \cdots + \frac{c_k}{c_i}u_k$$

$$u_i \in \mathrm{Span}\{u_1, \ldots, u_{i-1}, u_{i+1}, \ldots, u_k\}$$

Eller $S=\{u_1\}$

$c_1u_1=0$ har mere end én løsn

$u_1=0$