Eksamen i Lineær Algebra

Første Studieår ved Det Tekniske Fakultet for IT og Design samt
Det Ingeniør- og Naturvidenskabelige Fakultet

23. august 2019, 9:00 – 13:00

Eksamenssættet består af 11 nummererede sider med 12 afkrydsningsopgaver.
For hvert opgave er der angivet et antal point; delspørgsmålene vægtes ligeligt inden for hver opgave.
Hele opgavesættet svarer til 100 point i alt.

Der må gøres brug af bøger, noter mv.
Der **må ikke** benyttes **elektroniske hjælpemidler**.

Dine svar skal afkrydses digitalt i moodle.
Karaktergivningen baserer sig udelukkende på disse afkrydsninger.

I opgaverne 10, 11 og 12 evalueres der efter følgende princip:
Hver forkert afkrydsning ophæver (modregnes i) én rigtig afkrydsning.

NAVN:____

STUDIENUMMMER:____

Opgave 1 (8 point)

Opgaven tager udgangspunkt i ligningssystemet

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 3x_2 & + & 2x_3 & = & -4 \\ -3x_1 & + & 9x_2 & - & 5x_3 & = & 14 \\ 2x_1 & - & 6x_2 & + & 4x_3 & = & -7 \end{array}.$$

1. Angiv hvilken af matricerne nedenfor, der svarer til ligningssystemets udvidede koefficientmatrix/totalmatrix $[A\ \mathbf{b}]$?

   □ $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 9 & -6 \\ 2 & -5 & 4 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 9 & -5 \\ 2 & -6 & 4 \end{bmatrix}$

   □ $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 9 & -6 \\ 2 & -5 & 4 \\ -4 & 14 & -7 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & -4 \\ -3 & 9 & -5 & 14 \\ 2 & -6 & 4 & -7 \end{bmatrix}$

2. Hvilken af de følgende matricer er den reducerede echelonmatrix/trappematrix, som er rækkeækvivalent med $[A\ \mathbf{b}]$?

   □ $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

   □ $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

3. Hvilken af de følgende påstande er sand?

   □ Systemet er inkonsistent.

   □ $x_1 = -2, x_2 = 2, x_3 = 2$ er en blandt flere af systemets løsninger.

   □ $x_1 = -3, x_2 = 2, x_3 = 2$ er systemets eneste løsning.

   □ $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 2$ er systemets eneste løsning.

   □ $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 2$ er en blandt flere af systemets løsninger.

   □ $x_1 = -8, x_2 = 0, x_3 = 2$ er systemets eneste løsning.

4. Marker de sande udsagn blandt de følgende påstande:

   □ Vektoren $\mathbf{w} = (-8, 0, 2)$ er ikke en løsning til ligningssystemet.

   □ Vektoren $\mathbf{w} = (-8, 0, 2)$ opfylder $\mathbf{w} = A^{-1}\mathbf{b}$ for $\mathbf{b} = (-4, 14, -7)$.

   □ Vektoren $\mathbf{w} = (-8, 0, 2)$ løser $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, men den er ikke lig med $A^{-1}\mathbf{b}$.

   □ Koefficientmatricen A er ikke inverterbar.

Opgave 2 (8 point)

Her ses på matricen $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & -6 & 4 \\ -2 & -4 & -7 & 11 & -7 \\ 2 & 4 & 6 & -9 & 8 \end{bmatrix}$, hvori søjlerne betegnes med $\mathbf{a}_j$ således at $A = [\mathbf{a}_1\ \mathbf{a}_2\ \mathbf{a}_3\ \mathbf{a}_4\ \mathbf{a}_5]$.

1. Angiv det eller de systemer af vektorer, der udgør en basis for A's nulrum, Null A.

   □ $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \\ 6 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$

   □ $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ -3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ -3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

2. Angiv dimensionen af A's nulrum, dim Null A.

   □ 0   □ 1   □ 2   □ 3   □ 4   □ 5

3. Angiv dimensionen af A's søjlerum, dim Col A.

   □ 0   □ 1   □ 2   □ 3   □ 4   □ 5

4. Pivotsøjlerne i A udgør en basis $\mathcal{B}$ for Col A. Angiv hvilken af vektorerne nedenfor der er lig med $[\mathbf{a}_5]_{\mathcal{B}}$, det vil sige koordinatsøjlen for $\mathbf{a}_5$ med hensyn til $\mathcal{B}$.

   □ $\begin{bmatrix} 4 \\ -7 \\ 8 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

Opgave 3 (8 point)

Her ses på matricerne A og B samt vektoren $\mathbf{b}$, der er givet ved

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \\ -3 & -8 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

1. Hvilken af de følgende vektorer stemmer overens med produktet $A\mathbf{b}$?

☐ $\begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -14 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 6 \\ -3 \\ -7 \end{bmatrix}$ ☐ ingen af dem

2. Hvilken af de følgende matricer stemmer overens med produktet AB ?

☐ $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 0 & 8 \\ 9 & 8 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 1 & -1 \\ 9 & 8 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 1 & -1 \\ -17 & -22 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 1 & -1 \\ -17 & -24 \end{bmatrix}$

3. Hvilken af de følgende matricer stemmer overens med inversen A^{-1} ?

☐ $\begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 3 & 8 & -4 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} -1 & -4 & 7 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -4 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

☐ $\begin{bmatrix} -20 & -16 & -7 \\ 9 & 7 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} -20 & -16 & -7 \\ 9 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ ☐ ingen af dem

4. Hvilken af de følgende matricer stemmer overens med produktet $A^{-1}B$?

☐ $\begin{bmatrix} -76 & -117 \\ -16 & -13 \\ 24 & 22 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} -76 & -119 \\ 34 & -14 \\ 23 & 22 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} -76 & -119 \\ 34 & 53 \\ 11 & 17 \end{bmatrix}$

☐ $\begin{bmatrix} -72 & -119 \\ 34 & -14 \\ 23 & 21 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} -76 & -119 \\ -34 & 53 \\ 23 & 22 \end{bmatrix}$ ☐ ingen af dem

Opgave 4 (8 point)

1. Angiv værdien af determinanten for matricen $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

☐ -13 ☐ -21 ☐ -30 ☐ 30 ☐ 21 ☐ 13

2. Angiv værdien af determinanten for matricen $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$.

☐ -10 ☐ -7 ☐ -1 ☐ 0 ☐ 1 ☐ 7 ☐ 10

3. Angiv værdien af determinanten for matricen $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 25 \end{bmatrix}$

☐ 0 ☐ 1 ☐ 6 ☐ 8 ☐ 10 ☐ 12

4. Hvilket af følgende tal er lig med determinanten af $D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 9 & 16 & 25 \end{bmatrix}$?

☐ 0 ☐ 2 ☐ 6 ☐ 8 ☐ 10 ☐ 12

Opgave 5 (8 point)

Vektorerne $\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{u}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{u}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ udgør en basis $\mathcal{B}$ for $\mathcal{R}^4$. Hvis man anvender Gram-Schmidt processen på $\mathcal{B}$, så fremkommer der en ortogonal basis bestående af vektorerne $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ og $\mathbf{v}_4$. Der gælder:

1. ☐ $\mathbf{v}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{u}_1$ ☐ $\mathbf{v}_1 = \mathbf{u}_1$ ☐ ingen af delene

2. ☐ $\mathbf{v}_2 = \mathbf{u}_2$ ☐ $\mathbf{v}_2 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2$
   ☐ $\mathbf{v}_2 = \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1$ ☐ ingen af delene

3. ☐ $\mathbf{v}_3 = \mathbf{u}_3$ ☐ $\mathbf{v}_3 = \mathbf{u}_3 - \mathbf{u}_1 - 3\mathbf{v}_2$ ☐ $\mathbf{v}_3 = \mathbf{u}_3 - 2\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$
   ☐ $\mathbf{v}_3 = \mathbf{u}_3 - \mathbf{u}_1 - \mathbf{v}_2$ ☐ $\mathbf{v}_3 = \mathbf{u}_3 + 2\mathbf{u}_1 - 3\mathbf{v}_2$ ☐ ingen af delene

4. ☐ $\mathbf{v}_4 = \mathbf{u}_4$ ☐ $\mathbf{v}_4 = \mathbf{u}_4 + \mathbf{u}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3$
   ☐ $\mathbf{v}_4 = \mathbf{u}_4 + \mathbf{u}_1$ ☐ $\mathbf{v}_4 = \mathbf{u}_4 + 2\mathbf{u}_1 - 3\mathbf{v}_2 + 4\mathbf{v}_3$
   ☐ $\mathbf{v}_4 = \mathbf{u}_4 - \mathbf{u}_1 - \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3$ ☐ ingen af delene

Opgave 6 (8 point)

Opgaven vedrører matricen $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$.

1. Hvilket af de følgende polynomier er A's karakteristiske polynomium?

   ☐ $-\lambda^3 + 10\lambda^2 - 24\lambda$ ☐ $-\lambda^3 + 11\lambda^2 - 34\lambda + 24$

   ☐ $\lambda^3 - 10\lambda^2 + 25\lambda - 10$ ☐ intet af dem

2. Hvilke af de følgende vektorer er egenvektorer til matricen A?

   ☐ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

3. Har rummet $\mathcal{R}^3$ en basis bestående af egenvektorer for A?

   ☐ Ja ☐ Nej

4. Hvilket af de følgende tal er lig med $\det(A)$?

   ☐ 8 ☐ 12 ☐ 23 ☐ 24 ☐ 25 ☐ 26

Opgave 7 (8 point)

I rummet $\mathcal{R}^3$ er der givet en plan W ved ligningen $x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 0$.

1. Marker den matrix, som er lig med den ortogonale projektionsmatrix P_W:

   ☐ $\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 8 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 2 & -4 & 5 \end{bmatrix}$ ☐ $\frac{1}{9}\begin{bmatrix} -8 & -2 & -2 \\ -2 & -5 & 4 \\ -2 & 4 & -5 \end{bmatrix}$ ☐ $\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

2. Marker den vektor $\mathbf{w}$ i W, der er tættest på vektoren $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$:

   ☐ $\begin{bmatrix} \frac{-16}{9} \\ \frac{16}{9} \\ \frac{-24}{9} \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} \frac{10}{9} \\ \frac{-20}{9} \\ \frac{25}{9} \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 8 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} \frac{8}{3} \\ 1 \\ \frac{3}{3} \end{bmatrix}$ ☐ ingen af dem

Opgave 8 (8 point)

En lineær transformation $T : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ har standardmatrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & -2 & -1 & -1 \\ 3 & -3 & 6 & 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

1. Hvilken værdi har tallet n?

   ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

2. Hvilken værdi har tallet m?

   ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

3. Hvad er rangen af A?

   ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

4. Hvad er dimensionen af nulrummet af T?

   ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

5. Hvad er dimensionen af søjlerummet af A?

   ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

6. Hvad er dimensionen af nulrummet af den transponerede matrix A^{T}, dvs. $\dim(\mathrm{Null}\, A^{\mathrm{T}})$?

   ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

7. Hvad er dimensionen af ortogonalkomplementet til nulrummet af A, dvs. $\dim(\mathrm{Null}\, A)^{\perp}$?

   ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

8. Hvad er dimensionen af rækkerummet af A, dvs. $\dim(\mathrm{Row}\, A)$?

   ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Opgave 9 (8 point)

Opgaven vedrører følgende system af ordinære differentialligninger

$$y_1'(t) = 8y_1(t) - 6y_2(t), \qquad y_2'(t) = 9y_1(t) - 7y_2(t).$$

1. Angiv den matrix, som svarer til systemets koefficientmatrix A:

   □ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 9 \\ -6 & -7 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 1 & 8 & -6 \\ 1 & 9 & -7 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 8 & 9 \\ -6 & -7 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 8 & -6 \\ 9 & -7 \end{bmatrix}$

2. Marker mængden af egenværdier for A:

   □ $\{-1, 2\}$ □ $\{1, -3\}$ □ $\{-2, 3\}$ □ $\{2, 3\}$ □ $\{2, -3\}$

3. Marker det system af vektorer, der består af egenvektorer for A:

   □ $\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ □ $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

4. Angiv differentialligningssystemets løsningsmængde, idet a og b betegner vilkårlige reelle tal:

   □ $y_1(t) = -3ae^{t} - be^{-3t}$,
   $y_2(t) = ae^{t} + be^{-3t}$.

   □ $y_1(t) = 2ae^{-3t} + be^{2t}$,
   $y_2(t) = 3ae^{-3t} + be^{2t}$.

   □ $y_1(t) = ae^{2t} + 2be^{3t}$,
   $y_2(t) = ae^{2t} + 3be^{3t}$.

   □ $y_1(t) = ae^{2t} + 2be^{-t}$,
   $y_2(t) = ae^{2t} + 3be^{-t}$.

Opgave 10 (8 point, med modregning)

I denne opgave betragtes de følgende 4 vektorer:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Er det sandt, at

1. $\mathbf{v}_2$ udspændt af $\mathbf{v}_1$?

   ☐ Ja ☐ Nej

2. $\mathbf{v}_2$ er en linearkombination af $\mathbf{v}_1$?

   ☐ Ja ☐ Nej

3. $\mathbf{v}_3$ er en linearkombination af $\mathbf{v}_1$ og $\mathbf{v}_2$?

   ☐ Ja ☐ Nej

4. $\mathbf{v}_4$ er en linearkombination af $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ og $\mathbf{v}_3$?

   ☐ Ja ☐ Nej

5. tre af vektorerne $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_3$ og $\mathbf{v}_4$ frembringer den øvrige ?

   ☐ Ja ☐ Nej

6. vektorerne $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_3$ og $\mathbf{v}_4$ er lineært uafhængige ?

   ☐ Ja ☐ Nej

7. den lineære operator T på $\mathcal{R}^4$ med standardmatricen $A = [\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_3 \mathbf{v}_4]$ opfylder at $\dim \operatorname{Null} T = 3$?

   ☐ Ja ☐ Nej

8. hvis en vektor $\mathbf{w}$ i $\mathcal{R}^4$ tilhører ortogonalkomplementet $\operatorname{span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}^\perp$, så er $\mathbf{w} = 0$?

   ☐ Ja ☐ Nej

Opgave 11 (8 point, med modregning)

I denne opgave betragtes de følgende 4 matricer:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}.$$

1. Marker den eller de matricer, som er diagonaliserbare:

   ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

2. Marker den eller de matricer, som A er similær med:

   ☐ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ☐ ingen af matricerne

3. Marker den eller de matricer, som B er similær med:

   ☐ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ☐ ingen af matricerne

4. Marker den eller de matricer, som C er similær med:

   ☐ $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ☐ ingen af matricerne

5. Marker den eller de matricer, som D er similær med:

   ☐ $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 7 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ☐ ingen af matricerne

6. Marker den eller de matricer, som har 0 (nul) som egenværdi:

   ☐ A ☐ C ☐ ingen af dem
   ☐ B ☐ D

7. Marker den eller de matricer, som er inverterbare/regulære:

   ☐ A ☐ C ☐ ingen af dem
   ☐ B ☐ D

8. Marker den eller de matricer, som er ortogonale:

   ☐ A ☐ C ☐ ingen af dem
   ☐ B ☐ D

Opgave 12 (12 point, med modregning)

Marker hver matrix, som har sine egenværdier blandt tallene 1, 4 og 9:

☐ $\begin{bmatrix} 9 \end{bmatrix}$

☐ $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

☐ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

☐ $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

☐ $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

☐ $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 0 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$

☐ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

☐ $\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

☐ $\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

☐ $\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix}$

☐ $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$

☐ $\begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -5 & 0 \\ 0 & 10 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$