

# Selvstudium 2, Calculus

Matematik på første studieår for de tekniske og naturvidenskabelige uddannelser  
Aalborg Universitet

Formålet med dette selvstudium er at give en perspektivering af nogle af de centrale begreber og tilgange præsenteret i E&P, kapitel 12. Man er velkommen til at benytte Matlab eller Maple<sup>1</sup> til de symbolske udregninger.

## Del I: Tangentplan og optimering

En funktion er for alle  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  defineret ved

$$f(x, y) = 4xy^2 + 2x^2 + 6y^2 + 10.$$

Fladen  $\mathcal{F}$  er grafen for  $f(x, y)$ . Den er altså givet ved  $z = f(x, y)$ .

- Bestem ligningen for tangentplanen til fladen  $\mathcal{F}$  i punktet  $P(-1, 2, f(-1, 2))$ .
- Bestem de punkter  $(x, y, f(x, y))$ , hvor  $\mathcal{F}$  har tangentplaner parallelle med  $xy$ -planen.
- Et område  $R$  er bestemt ved  $y \geq 0$ ,  $x \leq 0$  og  $y^2 \leq x + 6$ . Skitsér området  $R$ .
- Bestem største- og mindsteværdierne for  $f(x, y)$  i området  $R$ .

## Del II: Gradientvektor, kæderegel og implicit givne funktioner

En funktion  $F$  er defineret ved

$$F(x, y, z) = x^2 \cos y + 2y \cos x + 3z - \sin z.$$

- Bestem gradientvektoren  $\nabla F$  til  $F$  i punktet  $P(0, 0, 0)$ .
- Bestem den retningsafledede for  $F$  i punktet  $P$  i retningen bestemt ved vektoren  $\mathbf{v} = [2, 2, -1]^T$ .
- Funktionen  $f(x, y)$  er defineret implicit ved  $F(x, y, f(x, y)) = 0$ . Bestem  $f(0, 0)$ ,  $f_x(0, 0)$  og  $f_y(0, 0)$ .

---

<sup>1</sup>F.eks. kan partielle afledede let udregnes symbolsk i Matlab og Maple. I Matlab benyttes (her udregnes som eksempel  $f_x$  for funktionen  $f(x, y) = x^2 y^3$ ):

```
>> syms x y  
>> f = x^2*y^3  
>> diff(f, x)
```

I Maple kan man benytte: `diff(x^2*y^3, x)`.