

Selvstudium 3, Lineær algebra

Matematik på første studieår for de tekniske og naturvidenskabelige uddannelser
Aalborg Universitet

Dette selvstudium understøttes af screencasts 6. Det kan være en god idé, at se denne screencast før I går igang med opgaverne, for så at tage den frem igen under opgaveregningen.

Læs først i [SIF] fra midt side 339 til midt side 341. Vi plotter nu løsningen fra midt side 341, nemlig

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \exp(3t) \\ 12 \exp(4t) \\ 15 \exp(5t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

på to forskellige måder.

Plotmetode 1

Download filen p340comet.m. Læg den i dit MATLAB katalog. Skriv "p340comet" i kommandolinien og du ser en animation af (1). Luk plottet (vigtigt). Åben p340comet.m i en teksteditor. Ret "t=0:0.01:2" til "t=0:0.001:2". Dvs. vi har nu 10 gange så mange støttepunkter som før. Gem filen og eksekver den igen med kommandoen p340comet. Luk igen plottet ned (vigtigt). Eksperimenter med andre sluttidspunkter ved at ændre i filen p340comet.m. Erstat eksempelvis "t=0:0.001:2" med t=0:0.001:5".

Plotmetode 2

Download filen p340plot.m. Eksekver den med kommandoen p340plot. Som før kan du eksperimentere med at ændre i "t=0:0.01:2". Husk at lukke plottet hver gang. Vælg i det fremkomne plot "Insert->X Label". Skriv "y1" i boksen. Gentag med y2 og y3. Hvis du vil, kan du gemme plottet. Du kan også lege med at rotere figuren.

Læs herefter frem til der, hvor Practice Problem 2 starter midt på side 342. Lad os plote løsningen i eksempel 3

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \exp(t) + 100 \exp(5t) \\ -60 \exp(t) + 100 \exp(5t) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Download filerne ex3comet.m og ex3plot.m. Bemærk, at linie 2 i ex3comet.m nu kalder "comet" i stedet for "comet3". Tilsvarende kalder ex3plot.m nu "plot" i stedet for "plot3". Eksekver kommandoerne og leg med værdierne af t. Hvorfor ser plottet så kedeligt ud?

Vi løser nu eksempel 3 vha. MATLAB. Mellemløstresultaterne ser meget forskellige ud fra det, der står i bogen. Dette skyldes, at MATLAB vælger en anden rækkefølge på egenverdierne og fordi MATLAB vælger egenvektorer af længde 1. Den fuldstændige løsning fremstår anderledes (men er det ikke). Løsningen svarende til begyndelsesbetingelsen ser ud som i bogen.

Hentes filen ex3.m nu ind i MATLAB kataloget og eksekveres kommandoen ex3, da fremkommer

```
>> ex3
```

```
A =
```

```
    4    1  
    3    2
```

```
y0 =
```

```
    120  
     40
```

```
P =
```

```
    0.7071   -0.3162  
    0.7071    0.9487
```

```
D =
```

```
    5.0000    0  
     0    1.0000
```

```
ygen =
```

```
(2^(1/2)*a*exp(5*t))/2 - (10^(1/2)*b*exp(t))/10  
(2^(1/2)*a*exp(5*t))/2 + (3*10^(1/2)*b*exp(t))/10
```

```
ygenafrundet =
```

```
0.71*a*exp(5.0*t) - 0.32*b*exp(t)  
0.71*a*exp(5.0*t) + 0.95*b*exp(t)
```

```
y =
```

```
100*exp(5*t) + 20*exp(t)  
100*exp(5*t) - 60*exp(t)
```

```
yafrundet =
```

```
100.0*exp(5.0*t) + 20.0*exp(t)  
100.0*exp(5.0*t) - 60.0*exp(t)
```

Udtrykket "ygen" er ikke nemt at læse. Derfor oversættes det til decimaltal, som afrundes. Resultatet er "ygenafrundet". I ovenstående tilfælde er udtrykket "y" pænt og en oversætning til decimaltal, som afrundes er derfor ingen hjælp ("yafrundet" er mindre pænt end "y").

Gå ind i filen ex3.m og læs kommentarerne. Det skulle nu være muligt for dig, at genbruge indholdet af filen til at løse nedenstående opgaver. For hver af opgaverne lav nye .m filer.

Et par generelle bemærkninger: Når du har tre variable skal du definere $arb = [a; b; c]$ og du skal huske at ændre "[t; t]" til "[t; t; t]". Får du et svar " $2/exp(3 * t)$ " ja så svarer det til " $2 * exp(-3 * t)$ ". Får du et svar " $8.6e-17$ " ja så betyder det 0.000000000000000086, som du selvfølgelig fortolker som 0.

1. Løs med hjælp fra MATLAB følgende system af koblede differentiaalligninger:

$$\begin{cases} y_1' &= -3y_1 + y_2 + y_3 \\ y_2' &= 8y_1 - 2y_2 - 4y_3 \\ y_3' &= -10y_1 + 2y_2 + 4y_3 \end{cases}$$

således at

$$\begin{cases} y_1(0) &= 2 \\ y_2(0) &= -3 \\ y_3(0) &= 6 \end{cases}$$

Plot løsningen

2. Udvid opgaveteksten for opgaverne 47, 49, 51 på side 350 med begyndelsesværdier $\vec{y}(0)$ efter eget valg. Løs opgaverne i MATLAB og plot løsningerne.
3. Løs opgave 53, 55, 57 side 351.
4. Løs opgave 89 side 353.

Herefter løses MATLAB opgaver fra side 288–289 i lærebogen:

- Opg. 1, 2, 4 (alene delspørgsmål a, b, d), 5, 6.