Selvstudium 1, Lineær algebra

Matematik på første studieår for de tekniske og naturvidenskabelige uddannelser
Aalborg Universitet

Dette selvstudium understøttes af screencasts 2 og 3. Det kan være en god idé, at se disse screencasts før I går igang med opgaverne, for så at tage dem frem igen under opgaveregningen.

Først regnes følgende opgaver fra side 90-91 i bogen: 1, 2, 4, 5, 7, 8.

Dernæst betragtes opgave 94, 95, 96 på side 55. Forfatterne af bogen lægger op til, at I alene benytter MATLAB til at udføre Gauss-elimination (kommandoen `rref`). Det er så forfatternes idé, at I selv skal løse ligningssystemet herudfra. I det følgende gennemgås en alternativ mulighed, som det så er tanken, at I efterfølgende skal anvende på opgaverne 94, 95, 96 fra side 55.

Vi får brug for følgende kommandoer:

MATLAB-kommandoer

`linsolve` giver én løsning til et konsistent ligningssystem; for et ikke-konsistent ligningssystem gives en *approksimativ* løsning i en forstand, vi vender tilbage til i slutningen af kurset.

`null(A)` giver en mængde $v_1, v_2, \ldots, v_n$ af lineært uafhængige vektorer, som er løsninger til $Ax = 0$, hvor 0 er nulvektoren. Antallet af vektorer, n, er lig nulliteten af A.

Lad os betragte Pratice Problem 1 på side 46 i bogen. Først indtastes koefficientmatricen for ligningssystemet og højresiden i ligningen.

```
>> A = [1 -1 -3 1 -1 ; -2 2 6 0 -6 ; 3 -2 -8 3 -5]

A =

     1    -1    -3     1    -1
    -2     2     6     0    -6
     3    -2    -8     3    -5

>> b = -[2 ; 6 ; 7]

b =

    -2
    -6
    -7
```

Med `linsolve` finder vi én (altså ikke alle) løsning til $Ax = b$:

```
>> x = linsolve(A, b)

x =

         0
    1.8750
   -0.3750
         0
    1.2500
```

For at tjekke, at det, vi har fundet, er en løsning, kan vi undersøge, om $Ax - b = 0$.

```
>> A*x - b

ans =

   1.0e-14 *

    0.1110
    0.2665
    0.0888
```

Det ses, at forskellen mellem Ax og b er af størrelsesorden 10^{-14}, hvilket kan tilskrives numeriske fejl.

Ideen er, at vi ved, at den fuldstændige løsning til et lineært ligningssystem består af en partikulær løsning til systemet (som kan findes med `mldivide` eller `linsolve`) plus den fuldstændige løsning til det tilhørende homogene ligningssystem (som vi kan finde med `null`). Beskrivelsen af kommandoen `null` i dokumentationen giver nok ikke mening på nuværende tidspunkt, men output er forståeligt nok

```
>> null(A)

ans =

   -0.4584    0.6799
    0.4932   -0.1239
   -0.1412    0.4120
    0.7040    0.5761
    0.1760    0.1440
```

Kald første vektor i ovenstående svar $\vec{u}$ og anden vektor $\vec{v}$. Tjek for forskellige værdier af variablerne s, t, at $\vec{x} + s\vec{u} + t\vec{v}$ er en løsning til matrix-ligningen.

Regn de tre opgaver på side 55 efter samme skabelon, som vi anvendte ovenfor for Practice Problem 1.

Herefter regnes opgaverne 3, 6 på side 90-91.

Til allersidst regnes opgaverne 94, 95, 96 på side 55 efter den metode, lærerbogen lægger op til (altså ved hjælp af `rref` kommandoen). Denne metode er også beskrevet på siden

`https://se.mathworks.com/help/matlab/ref/rref.html`