

Calculus miniprojekt i partielle afledede

Første Studieår ved Det Teknisk-Naturvidenskabelige Fakultet

og

Det Sundhedsvidenskabelige Fakultet

Formålet med dette miniprojekt er at give en perspektivering af nogle af de centrale begreber og tilgange præsenteret i E&P, kapitel 12. Man er velkommen til at benytte Matlab eller Maple¹ til de symbolske udregninger.

Del I: Tangentplan og optimering.

En funktion er for alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ defineret ved

$$f(x, y) = 4xy^2 + 2x^2 + 6y^2 + 10.$$

Fladen \mathcal{F} er grafen for $f(x, y)$. Den er altså givet ved $z = f(x, y)$.

- Bestem ligningen for tangentplanen til fladen \mathcal{F} i punktet $P(-1, 2, f(-1, 2))$.
- Bestem de punkter $(x, y, f(x, y))$, hvor \mathcal{F} har tangentplaner parallelle med xy -planen.
- Et område R er bestemt ved $y \geq 0$, $x \leq 0$ og $y^2 \leq x + 6$. Skitsér området R .
- Bestem største- og mindsteværdierne for $f(x, y)$ i området R .

Del II: Gradientvektor, kæderegel og implicit givne funktioner.

En funktion F er defineret ved

$$F(x, y, z) = x^2 \cos y + 2y \cos x + 3z - \sin z.$$

- Bestem gradientvektoren ∇F til F i punktet $P(0, 0, 0)$.
- Bestem den retningsafledede for F i punktet P i retningen bestemt ved vektoren $\mathbf{v} = [2, 2, -1]^T$.
- Funktionen $f(x, y)$ er defineret implicit ved $F(x, y, f(x, y)) = 0$. Bestem $f(0, 0)$, $f_x(0, 0)$ og $f_y(0, 0)$.

¹F.eks. kan partielle afledede let udregnes symbolsk i Matlab og Maple. I Matlab benyttes (her udregnes som eksempel f_x for funktionen $f(x, y) = x^2 y^3$):

```
>> syms x y
>> f = x^2*y^3
>> diff(f,x)
```

I Maple kan man benytte: `diff(x^2 * y^3, x)`.