

Lineær Algebra

5. november 2018

Benjamin Støttrup
benjamin@math.aau.dk

Institut for matematiske fag
Aalborg Universitet
Danmark

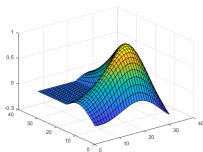


AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

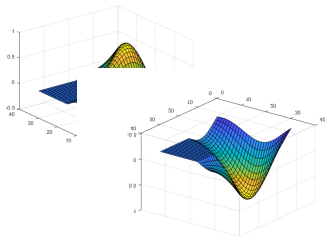
Agenda



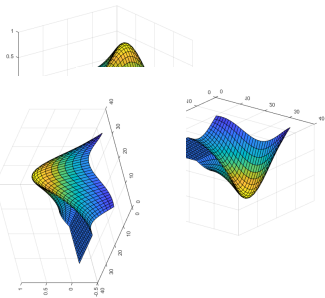
Agenda



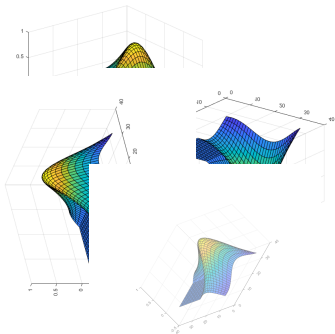
Agenda



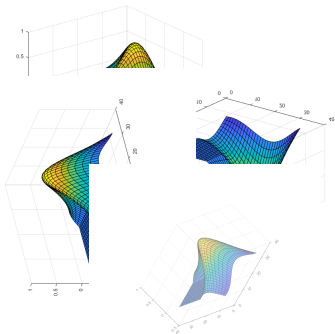
Agenda



Agenda



Agenda



Planeters omløbsbaner



- ▶ Vi skal i modellere planeters omløbsbaner vha. Matlab.
- ▶ Vi placerer Solen i origo.
- ▶ Vi skal have Jorden til at løbe rundt om solen.
- ▶ Til sidst skal vi også have modelleret månen

Planeters omløbsbaner



- ▶ Vi skal i modellere planeters omløbsbaner vha. Matlab.
- ▶ Vi placerer Solen i origo.
- ▶ Vi skal have Jorden til at løbe rundt om solen.
- ▶ Til sidst skal vi også have modelleret månen



Planeters omløbsbaner

Lineær Algebra

- Jordens bevægelse kan modelleres vha rotationsmatricer:

$$R_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix},$$

hvor θ er vinklen vi roterer.

- Vi vil betegne Jordens position som en vektorfunktion $E(\theta)$.
- Vi antager at Jorden bevæger sig i positiv omløbsretning og i en cirkulær bane.

Planeters omløbsbane

Animation



- ▶ Vi vil lave animationer med 20 frames (billeder) i sekundet.
- ▶ Funktionen `pause(s)` pauser Matlab i s sekunder.
- ▶ Funktionen `plot()` kombineres med `pause(s)` til at skabe animationer.

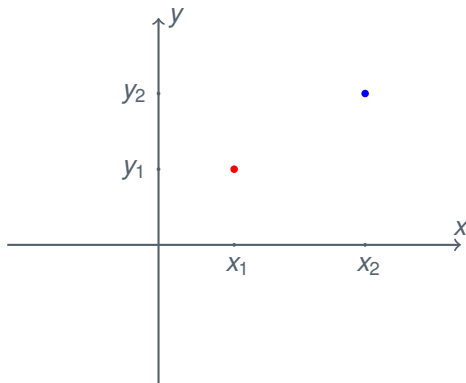
Opgaver

- ▶ Antag at $E(0) = [x_0, y_0]^T$. Brug $E(0)$ til at bestemme en forskrift for $E(\theta)$.
- ▶ Antag at $E(\frac{2\pi}{3}) = [-400, 100]^T$. Hvad er $E(\frac{\pi}{3})$?
- ▶ Hvis vi vil have x frames i sekundet hvor mange sekunders pause skal vi så holde pr. frame?
- ▶ Lav opgaverne i filen `mp2exercises1.m`.
- ▶ Vi samler op på øvelserne om 30 minutter.

Planeters omløbsbaner

Månen

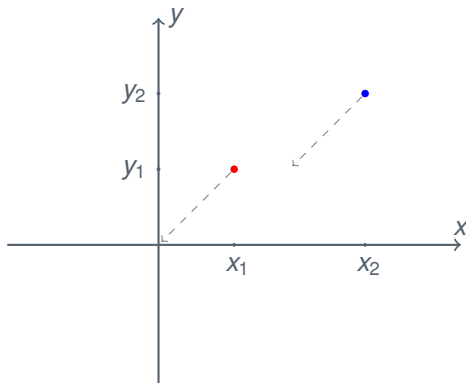
- ▶ Vi vil tilføje månen til vores model.
- ▶ Hvordan roterer vi om et punkt som ikke er origo?



Planeters omløbsbaner

Månen

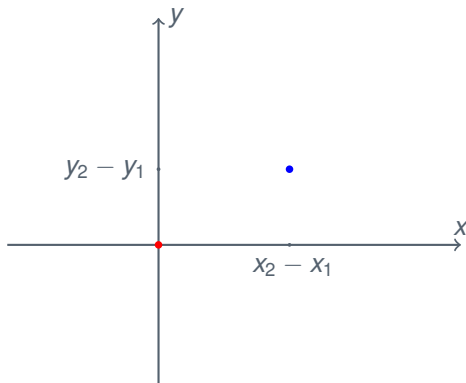
- ▶ Vi vil tilføje månen til vores model.
- ▶ Hvordan roterer vi om et punkt som ikke er origo?



Planeters omløbsbaner

Månen

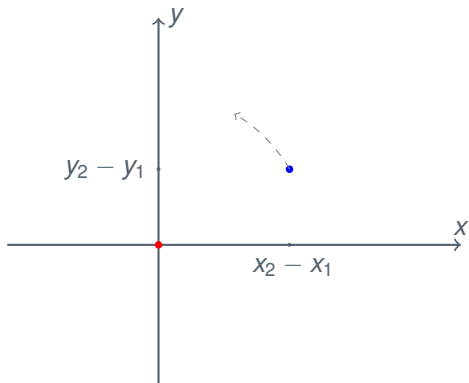
- ▶ Vi vil tilføje månen til vores model.
- ▶ Hvordan roterer vi om et punkt som ikke er origo?



Planeters omløbsbaner

Månen

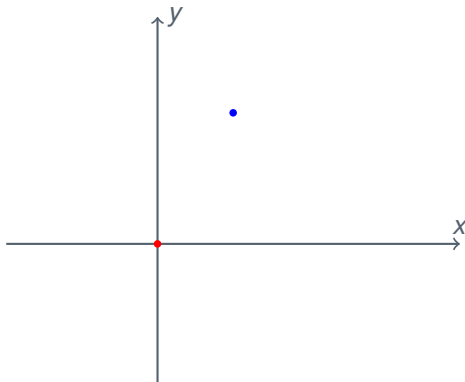
- ▶ Vi vil tilføje månen til vores model.
- ▶ Hvordan roterer vi om et punkt som ikke er origo?



Planeters omløbsbaner

Månen

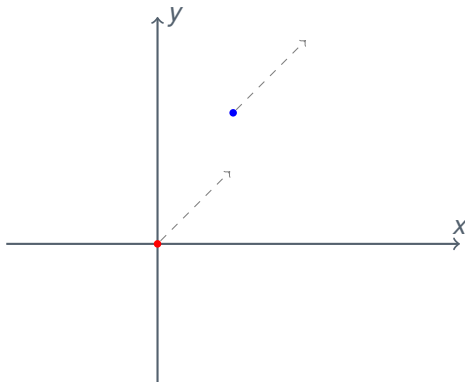
- ▶ Vi vil tilføje månen til vores model.
- ▶ Hvordan roterer vi om et punkt som ikke er origo?



Planeters omløbsbaner

Månen

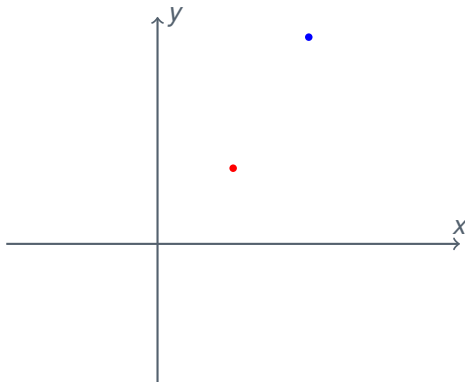
- ▶ Vi vil tilføje månen til vores model.
- ▶ Hvordan roterer vi om et punkt som ikke er origo?



Planeters omløbsbaner

Månen

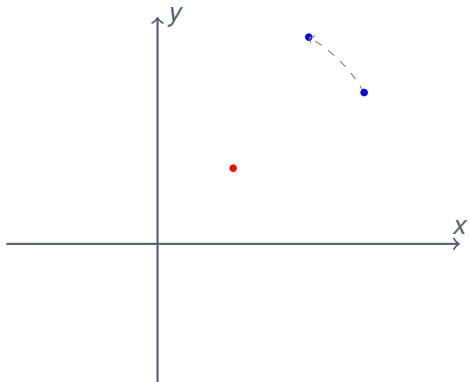
- ▶ Vi vil tilføje månen til vores model.
- ▶ Hvordan roterer vi om et punkt som ikke er origo?



Planeters omløbsbaner

Månen

- ▶ Vi vil tilføje månen til vores model.
- ▶ Hvordan roterer vi om et punkt som ikke er origo?



Opgaver

- ▶ Lad $M(0)$ betegne månens startposition og lad $M(\phi)$ betegne Månens position efter en rotation med ϕ omkring Jorden. Antag at Jorden har en fast position $E(0)$ og redegør for at

$$M(\phi) = R_\phi(M(0) - E(0)) + E(0) = R_\phi M(0) + (I - R_\phi)E(0).$$

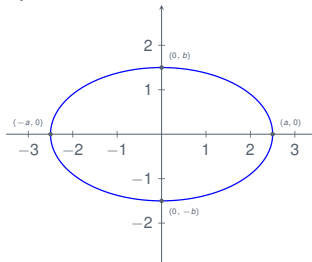
- ▶ Redegør for, at hvis Jorden i mellemtiden har bevæget sig en vinkel på θ om solen så er

$$M(\phi) = (R_\theta - R_\phi)E(0) + R_\phi M(0).$$

- ▶ Vi antager at Månen bevæger sig 12 gange rundt om Jorden på samme tid som Jorden bevæger sig en gang om Solen.
- ▶ Lav opgaverne i filen mp2exercises2.m.
- ▶ Vi samler op på øvelserne om 60 minutter.

Elliptiske omløbsbaner

- I virkeligheden har planeter elliptiske omløbsbaner.



- Vi kan modellere dette ved at anvende matricer på formen

$$R_{\theta,k} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -k \sin \theta \\ k^{-1} \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

hvor $k = \frac{a}{b}$.

Opgaver



- ▶ Jorden følger en elliptisk bane om Solen. Hvis $E(0) = [800, 0]^T$ og $E(\theta) = [400, 500]^T$ bestem da θ samt a og b for ellipsen.
- ▶ Lav opgaverne i filen mp2exercises3.m.
- ▶ Vi samler op på øvelserne om 30 minutter.

Endelig færdig!



AALBORG UNIVERSITY
DENMARK